

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ 20.02.2026

CLASA a IX-a

Subiectul 1. (25 puncte)

a) Calculați suma $S = [\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + \dots + [\sqrt{8}]$.

b) Arătați că $\sum_{k=1}^{n^2+2n} [\sqrt{k}] = \frac{n(n+1)(4n+5)}{6}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

prof. Paula Balica, Școala Gimnazială „Ion Agârbiceanu” Cluj-Napoca

Subiectul 2. (25 puncte)

Fie $ABCDEF$ un hexagon regulat cu centrul în O .

a) Determinați $x, y \in \mathbb{R}$, astfel încât $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{CD}$, unde $\{M\} = CD \cap EF$.

b) Fie P un punct din plan pentru care $z\overrightarrow{AP} + 4\overrightarrow{BP} + 3\overrightarrow{CP} = \vec{0}$, iar $z \in \mathbb{R} \setminus \{-7\}$. Determinați z astfel încât punctul P să fie mijlocul laturii CD .

prof. Blaga Mirela-Gabriela, Liceul Teoretic „Alexandru Papiu Ilarian” Dej

Subiectul 3. (20 puncte)

Arătați că pentru $x, y \in [0, \infty)$ cu proprietatea că $x + y = 2$ are loc inegalitatea

$$x^2 y^2 (x^2 + y^2) \leq 2.$$

prof. Andi Brojbeanu, Liceul Teoretic “Lucian Blaga”, Cluj-Napoca

Subiectul 4. (20 puncte)

Determinați numerele naturale nenule a, b, c dacă

$$\left\lfloor \frac{a^2}{b+c} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{b^2}{a+c} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{c^2}{a+b} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{2}{a+b+c} \right\rfloor.$$

prof. Mihaela-Diana Lupea, Liceul Teoretic “Pavel Dan”, Câmpia Turzii

Toate subiectele sunt obligatorii.

Se acordă 10 puncte din oficiu

Timp efectiv de lucru - 3 ore.

SUCCES!